

Opetusteknologiastako apua  
matematiikan opiskelun  
reaaliaikaisessa ohjaamisessa ja  
arvioinnissa

Kari Lehtonen

Metropolia ammattikorkeakoulu

# Sisältö

- Matematiikka kompastuskivenä
- Matematiikan osaamisprofiilin mittaaminen
- Arviointi- ja tehtäväjärjestelmä STACK
- GeoGebra ja STACK
- Matematiikan perusteet
- Opetusteknologia ja oppimisprosessi
- Yhteistyö ja verkostoituminen

# Matematiikka kompastuskivenä

- Opiskelijoiden lähtötaso sangen vaihteleva
- Alussa motivaatio-ongelmia
- Matematiikan kursseissa paljon hylättyjä
- Palaute ja ohjaavat toimenpiteet liian myöhään
- Paljon keskeyttämisiä varsinkin opiskelun alussa

# Matematiikan lähtötasotesti

- Perehdytysviikolla tai heti lukukauden alussa
- STACK-pohjainen testi Moodlessa
- Automaattinen arvostelu ja palaute
- 35 tehtävää: Aritmetiikkaa, algebraa, yhtälöitä
  - käytössä myös suppeampia testejä
- Testi ja kouluarvosanat pohjana tasoryhmille
- Matematiikan perusteita suositellaan erityisesti niille, joilla heikko lähtötaso

# Matematiikan lähtötasotesti

- Lähtötasotestit ennustavat ensimmäisen opiskeluvuoden menestystä matematiikassa varsin hyvin ( $r = 0,65 \dots 0,75$ ).
- Kouluarvosanat ja ylioppilastutkinnon arvosanat eivät ennusta menestystä yhtä hyvin  
( $r = 0,45 \dots 0,55$ , kouluarvosanat),  
( $r = -0,30 \dots 0,55$ , ylioppilastutkinto)

# Tehtävä- ja testijärjestelmä

- Pohjana Open Source CAS-järjestelmä STACK
  - CAS = Computer algebra system
- Sopii erityisesti matematiikkaan
- Tehtäviä voidaan käyttää kotitehtävinä, itsenäisesti tehtävinä harjoitustehtävinä ja arvosteltavissa testeissä
- Tänä syksynä versio 3, joka on täysin integroitu Moodleen (Maxima pitää asentaa)

# Tehtävä- ja testijärjestelmä

- Tehtävät ovat parametrisiä: joka kerta uusi versio tehtävästä
- Vastaukset arvioidaan niiden matemaattisen oikeellisuuden nojalla
- Useimpiin tehtäviin on yksityiskohtainen automaattisesti generoitu malliratkaisu: erinomainen tuki itseopiskeluun
- Järjestelmää voidaan käyttää myös mobiililaitteilla

# Esimerkki

STACK-tehtävä,  
palaute ja  
ratkaisu

Simplify the following:

$$\frac{x^4}{x-y} \cdot \frac{x-y}{4 \cdot x^3}$$

Leave your answer as a single fraction in it's simplest terms.

=

Your answer was:

$$\frac{x}{4}$$

The teacher's answer is  $\frac{x}{4}$

This can be entered as `x/4`

Correct answer, well done.

Your mark for this attempt is 1.  With penalties, and previous attempts, this gives 1 out of 1

## Worked Solution

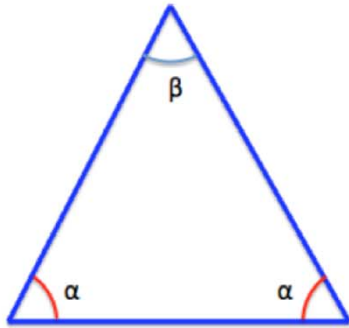
When multiplying algebraic fractions use the same method as for normal fractions. Multiply the numerators and the denominators together to get the numerator and denominator of the answer. Be sure to reduce the fraction to it's lowest terms. In this example:

$$\frac{x^4}{x-y} \cdot \frac{x-y}{4 \cdot x^3} = \frac{x^4 \cdot (x-y)}{4 \cdot x^3 \cdot (x-y)} = \frac{x}{4}$$



# Lisää esimerkkejä

Determine the angle  $\alpha$  in degrees when  $\beta = 50^\circ$ .



Answer:  $\alpha =$

Solve for  $x$  and  $y$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 6x + 11y = 2 \end{cases}$$

$x =$

$y =$

To isolate  $y$  multiply the first equation by

$$\begin{cases} -6x - 8y = -20 \\ 6x + 11y = 2 \end{cases}$$

Add both equations together to obtain:

$$3y = -18 \Leftrightarrow y = -6.$$

The value of  $x$  can be solved by substituting  $-6$  for  $y$  in the first equation:

$$3x + 4 \cdot (-6) = 10 \text{ which leads to } x = \frac{34}{3}.$$

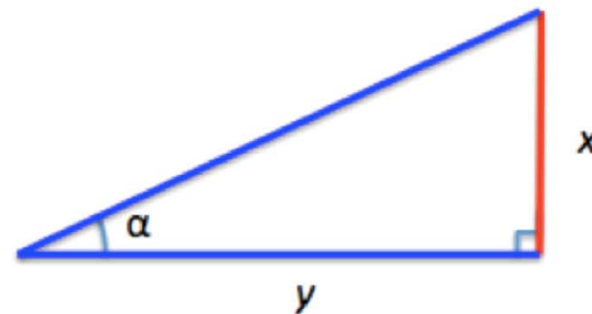
Thus the solution is

$$\begin{cases} x = \frac{34}{3} \\ y = -6 \end{cases}$$

Expand. Use \* for multiplication

$7b(y + u) =$

Determine  $x$ , when  $\alpha = 40^\circ$  and  $y = 5$ .



Enter the result in the precision of two significant decimals.

Answer:  $x =$

## General

Current category Default for MPTC (21)  Use this category


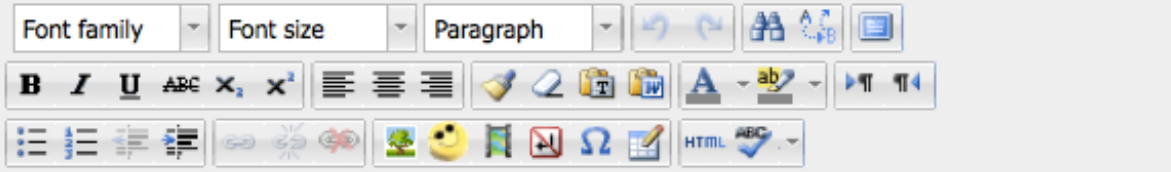
Save in category

Question name\*



STACK 3:n editointilomake  
integroituna Moodleen

Question variables 

Random group 

Question text\*   
  
Integrate @p@ with respect to @v@.   
  
Path: p

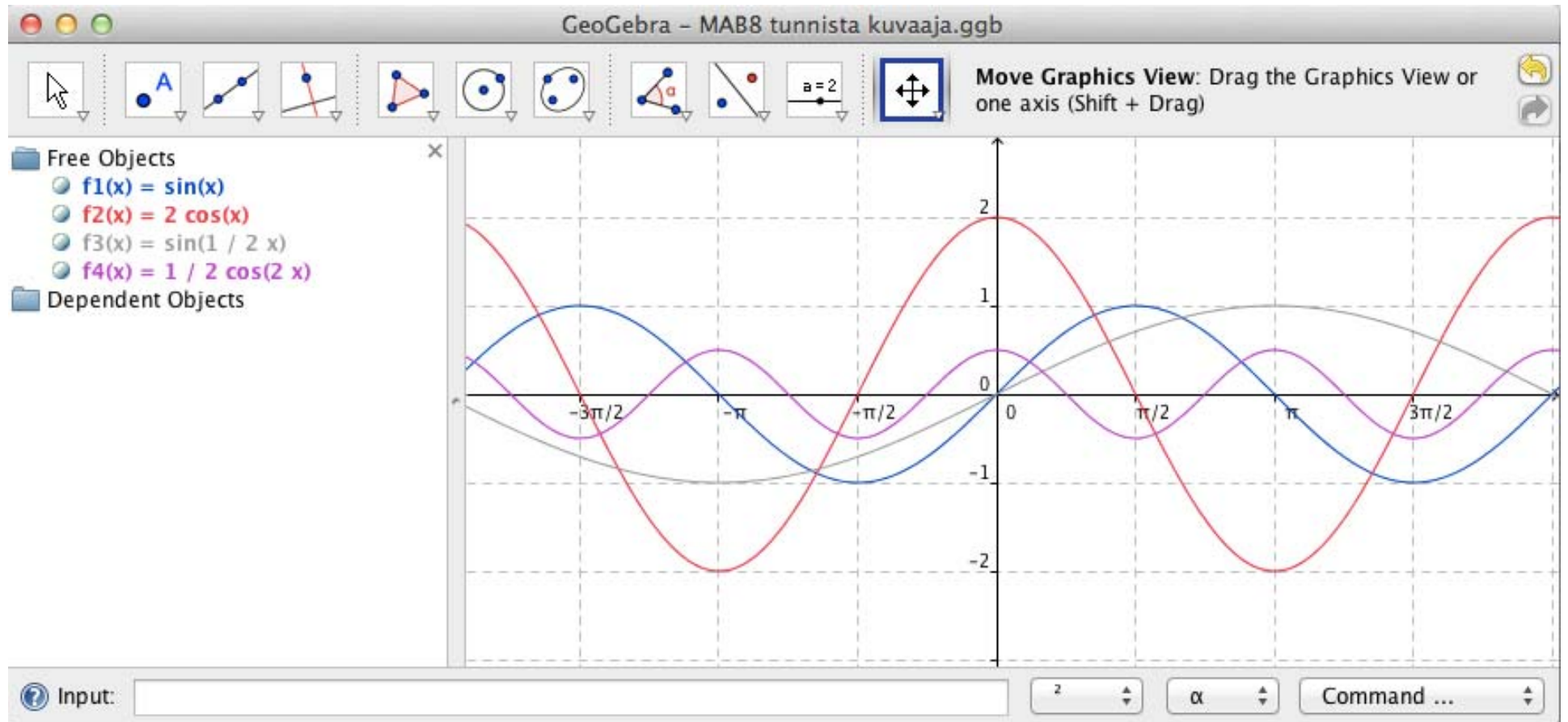
Default mark\*

Specific feedback   


# GeoGebra: Dynaamista geometriaa

- .. ja algebraa
- Matemaattisia objekteja voidaan visualisoida, manipuloida ja niillä voidaan kokeilla
- Java appletteja, itsenäisinä tai integroituna esim. Moodlen työtiloihin
- Open Source

# GeoGebra



# GeoGebra ja STACK

- STACK-tehtävät ovat usein mekaanisia ja suorituksena on vain lopullinen vastaus
- GeoGebran esimerkeistä taas puuttuu usein arvioitava suoritus ja palaute
- ->
- Liitetään *kokeileminen* hyvin määriteltyyn *tehtävään* ja sen *palautteeseen*

## Esimerkki: Määritä funktion kuvaajan tangentti

Consider the function  $f(x) = -x^3 + \frac{3x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}$  whose graph is displayed below.

The tangent line through the point  $(1, 2)$  is also a function. Determine its expression.

You can use the GeoGebra applet below to move the secant line into a tangent line by moving the points A and B. There are other ways to solve this problem.

What is the slope of the tangent line at the point  $(1, 2)$ ?

By slope we mean the ratio of the  $y$ - and  $x$ -coordinate changes of the line.

Answer:

At which point does the tangent line cross the  $y$ -axis?

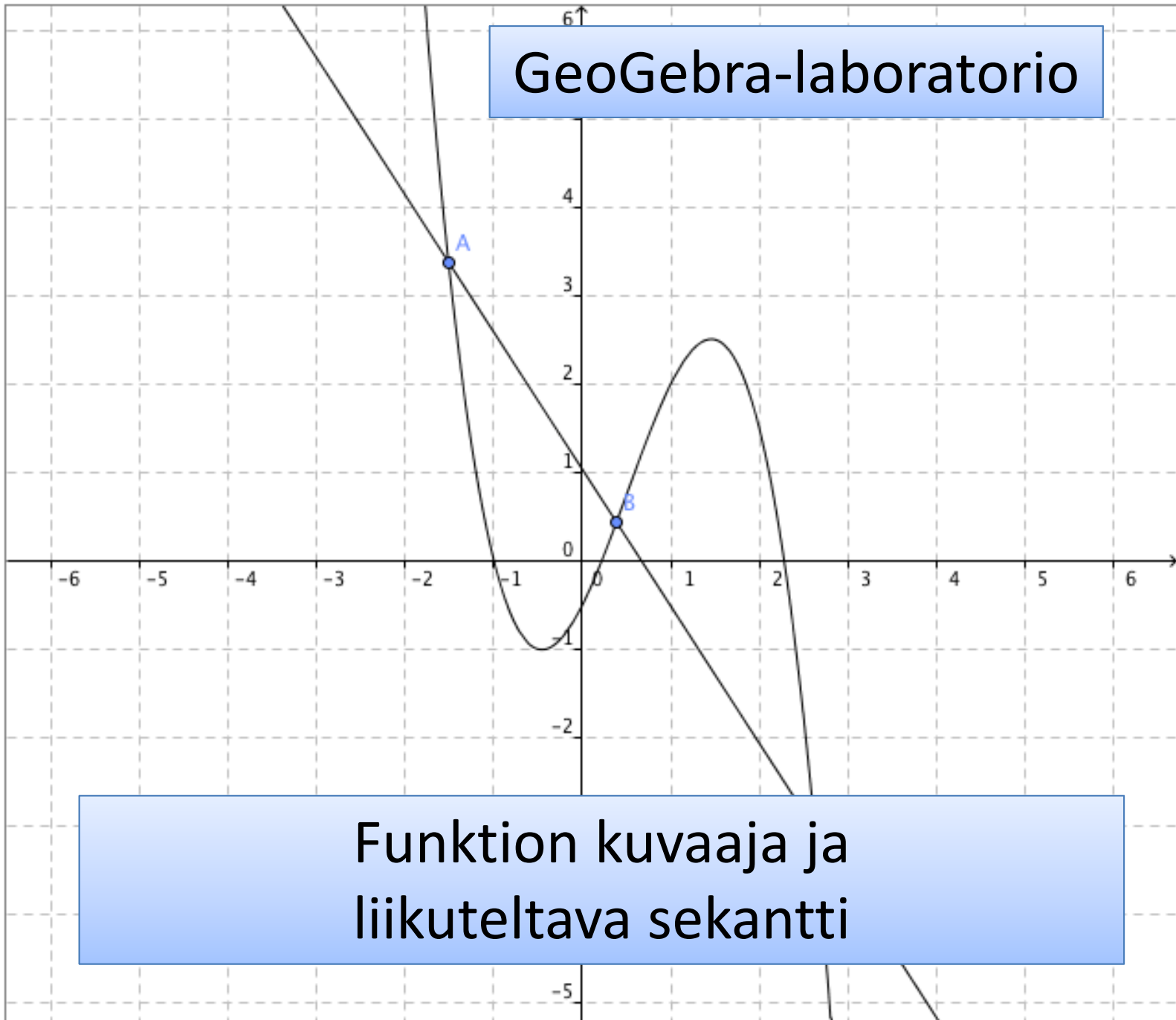
Give only the value of the  $y$ -coordinate.

Answer:

Formulate the expression of the tangent line by using the formula  $g(x) = kx + b$ , where  $k$  is the slope and  $b$  is the point where the line crosses the  $y$ -axis.

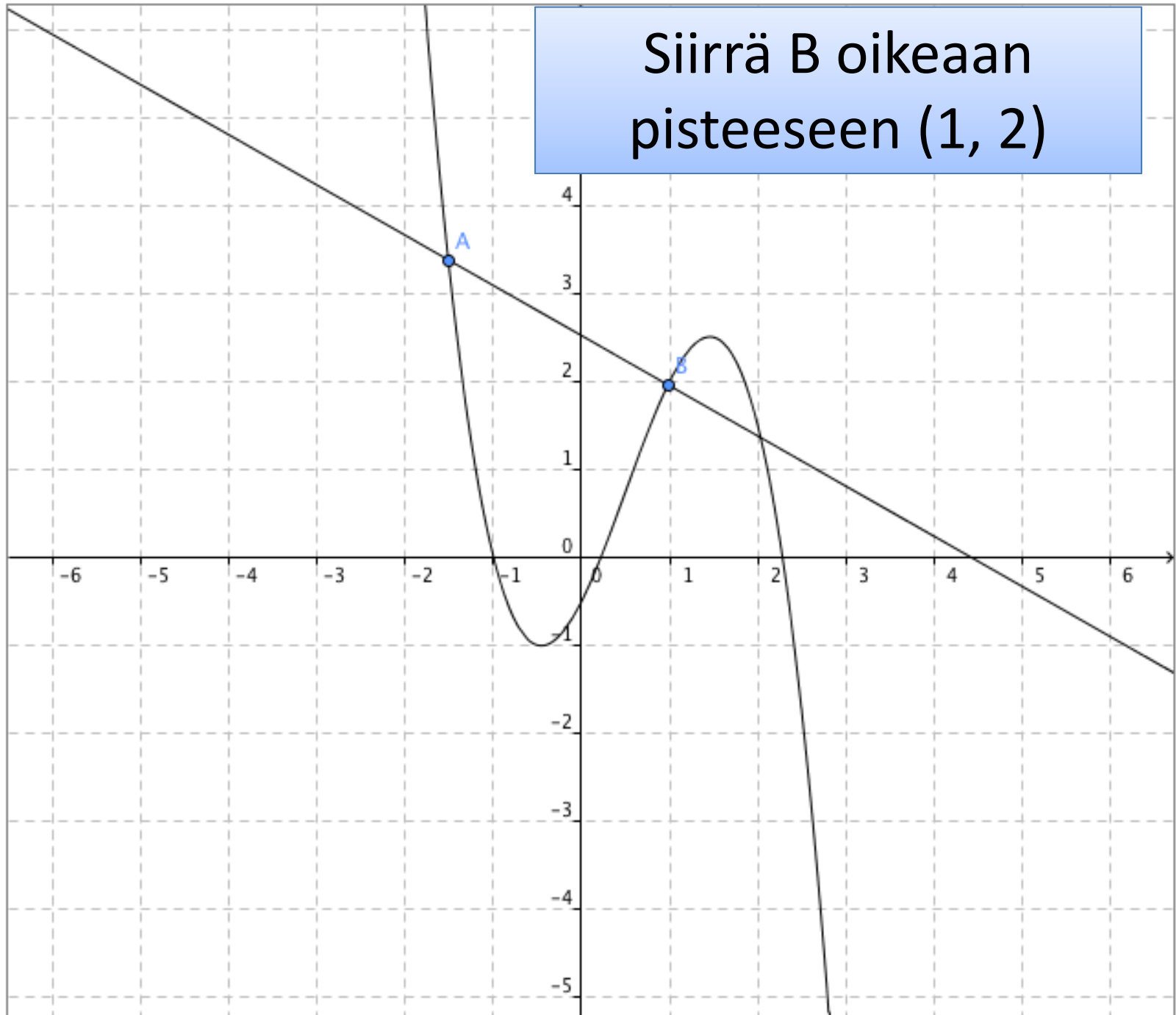
Answer: Tangent line's function is  $g(x) =$   .

# GeoGebra-laboratorio



Funktion kuvaaja ja  
liikuteltava sekantti

Siirrä B oikeaan  
pisteeseen (1, 2)

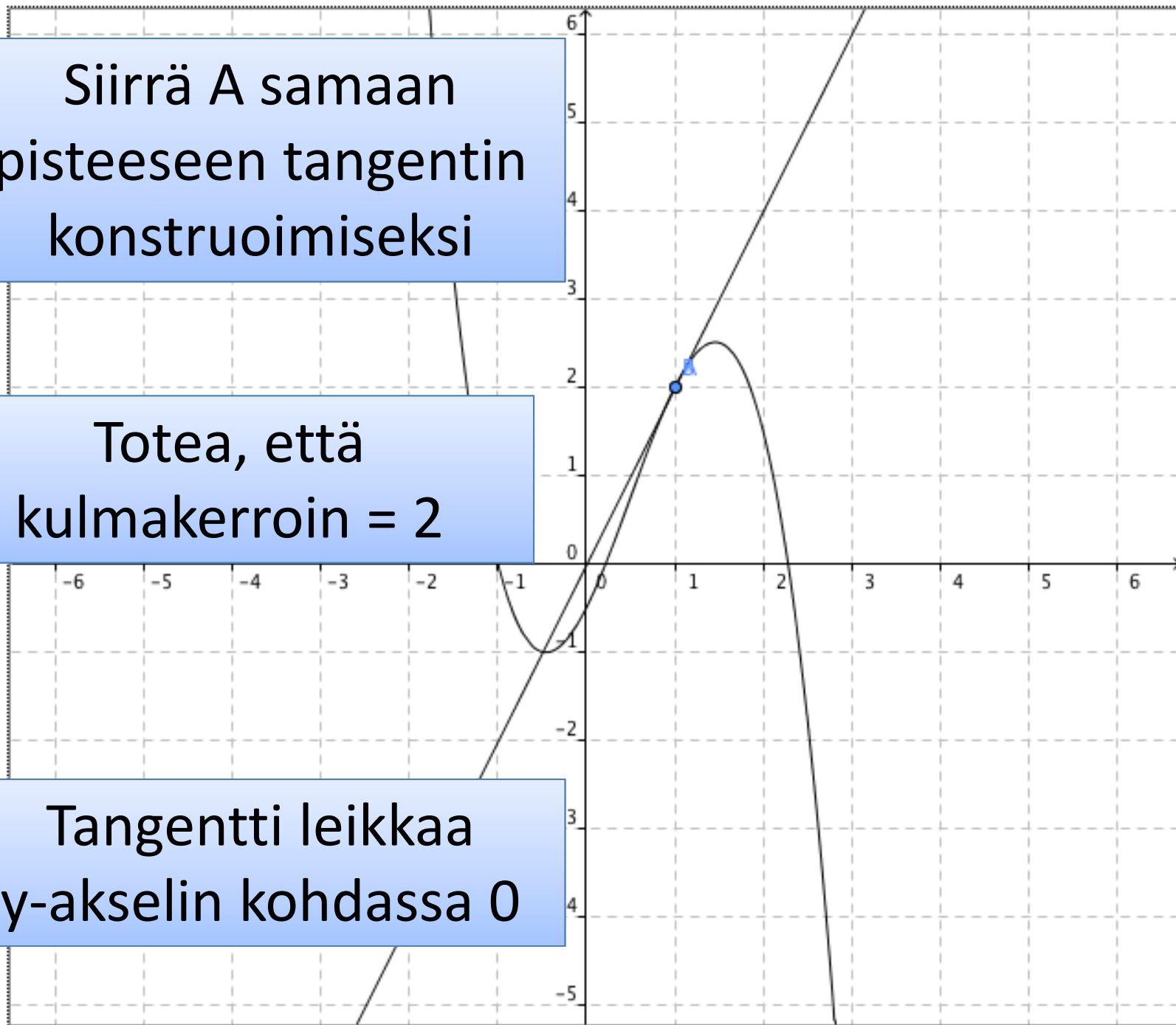




Siirrä A samaan  
pisteeseen tangentin  
konstruoimiseksi

Totea, että  
kulmakerroin = 2

Tangentti leikkaa  
y-akselin kohdassa 0



## Kirjoita vastaukset arviointia ja palautetta varten

What is the slope of the tangent line at the point (1, 2)?

By slope we mean the ratio of the  $y$ - and  $x$ -coordinate changes of the line.

Answer:

At which point does the tangent line cross the  $y$ -axis?

Give only the value of the  $y$ -coordinate.

Answer:

Formulate the expression of the tangent line by using the formula  $g(x) = kx + b$ , where  $k$  is the slope and  $b$  is the point where the line crosses the  $y$ -axis.

Answer: Tangent line's function is  $g(x) =$ .

# Välitön palaute

Consider the function  $f(x) = -x^3 + \frac{3x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}$  whose graph is displayed below.

The tangent line through the point (1, 2) is also a function. Determine its expression.

You can use the GeoGebra applet below to move the secant line into a tangent line by moving the points A and B. There are other ways to solve this problem.

What is the slope of the tangent line at the point (1, 2)?


By slope we mean the ratio of the  $y$ - and  $x$ -coordinate changes of the line.

Answer:

Vastauksesi tulkittiin muodossa:

2

Vastauksesi on oikein.

Pisteesi tästä yrityksestä: 1.  Ottaen huomioon aiemmista yrityksistä johtuvat miinus pisteet, sait 1 / 1 pistettä.

At which point does the tangent line cross the  $y$ -axis?


Give only the value of the  $y$ -coordinate.

Answer:

Vastauksesi tulkittiin muodossa:

0

Vastauksesi on oikein.

Pisteesi tästä yrityksestä: 1.  Ottaen huomioon aiemmista yrityksistä johtuvat miinus pisteet, sait 1 / 1 pistettä.


Formulate the expression of the tangent line by using the formula  $g(x) = kx + b$ , where  $k$  is the slope and  $b$  is the point where the line crosses the  $y$ -axis.

Answer: Tangent line's function is  $g(x) =$

Vastauksesi tulkittiin muodossa:

2 x

Vastauksesi on oikein.

Pisteesi tästä yrityksestä: 1.  Ottaen huomioon aiemmista yrityksistä johtuvat miinus pisteet, sait 1 / 1 pistettä.

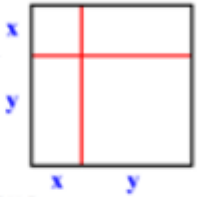
# Matematiikan perusteet

- Kertauskurssi: algebraa, yhtälöitä, potensseja..
- Suositellaan niille, joilla on puutteita lähtötasossa
- Lähiopetusta pienryhmissä, noin 30 valmista STACK-tehtäväsarjaa, testejä viikoittain
- Keskeinen opetusmateriaali myös Moodlessa, 3-5 minuutin puhuttuja tietoiskuja
- Opettaja voi luoda omia tehtäväsarjoja tai kokonaan uusia kotitehtäviä

# Audiovisuaalisia tietoiskuja

Binomin neliö

- Summan neliö  
 $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- Erotuksen neliö  
 $(a-b)^2 = (a+(-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$



The diagram shows a large square divided into four smaller regions by a vertical red line and a horizontal red line. The top-left region is a square with side length 'x'. The bottom-right region is a square with side length 'y'. The two remaining regions are rectangles, each with dimensions 'x' by 'y'. The labels 'x' and 'y' are placed at the top and bottom of the vertical line, and on the left and right of the horizontal line.

©WebALT Inc. 2010

01:05 / 03:55

## SQUARE OF A BINOMIAL

a	b
$a^2$	$ab$
$ab$	$b^2$

$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$

©WebALT Inc. 2010

01:05 / 03:55

# Tehtäväsarjan kokoaminen

## Numbers, Expressions and Equations

You are logged in as Ka

Home ► NEE ► Quizzes ► Quiz: Sums of Fractional Expressions ► Editing Quiz

Info

Results

Preview

Edit

Quiz

Questions

Categories

Import

Export

### Questions in this quiz

#### Order #Question name

Order	#	Question name	Type	Grade	Action
↓	1	Sum of fractional expressions 1		<input type="text" value="1"/>	
↑ ↓	2	Sum of fractional expressions 2		<input type="text" value="1"/>	
↑ ↓	3	Difference of fractional expressions 1		<input type="text" value="1"/>	
↑	4	Sum of fractional expressions 3		<input type="text" value="1"/>	

Total: 4

Maximum grade:

Save changes

- Show page breaks
- Show the reordering tool

Go

### Question bank

Category

- Display questions from sub-categories too
- Also show old questions
- Show question text in the question list

The default category for questions shared in context 'Numbers, Expressions and Equations'.

Create new question

No questions have been added yet

# Tehtäväkategorioita

## WebALT

1002 Matemaattinen taloustiede (53)  
060104 Derivointi (114)  
050905 Trigonometriset yhtälöt (36)  
0304 Lukuteoria (6)  
030205 Vektorit, sovelluksia (13)  
0503 Avaruusgeometria (36)  
030204 Avaruusvektorit (48)  
030203 Vektorit (53)  
030105 Epyhtälöt (40)  
06010402 Derivoinnin sovelluksia (62)  
060105 Integrointi (133)  
01020110\_Itseisarvo (9)  
010201\_Aritmetiikka (79)  
030202 Matriisialgebra (14)  
0201 Logiikka (15)  
0202 Joukko-oppi (10)  
090402 Jakaumat (36)  
0703 Numeerinen analyysi (23)  
060106 Seriat (12)

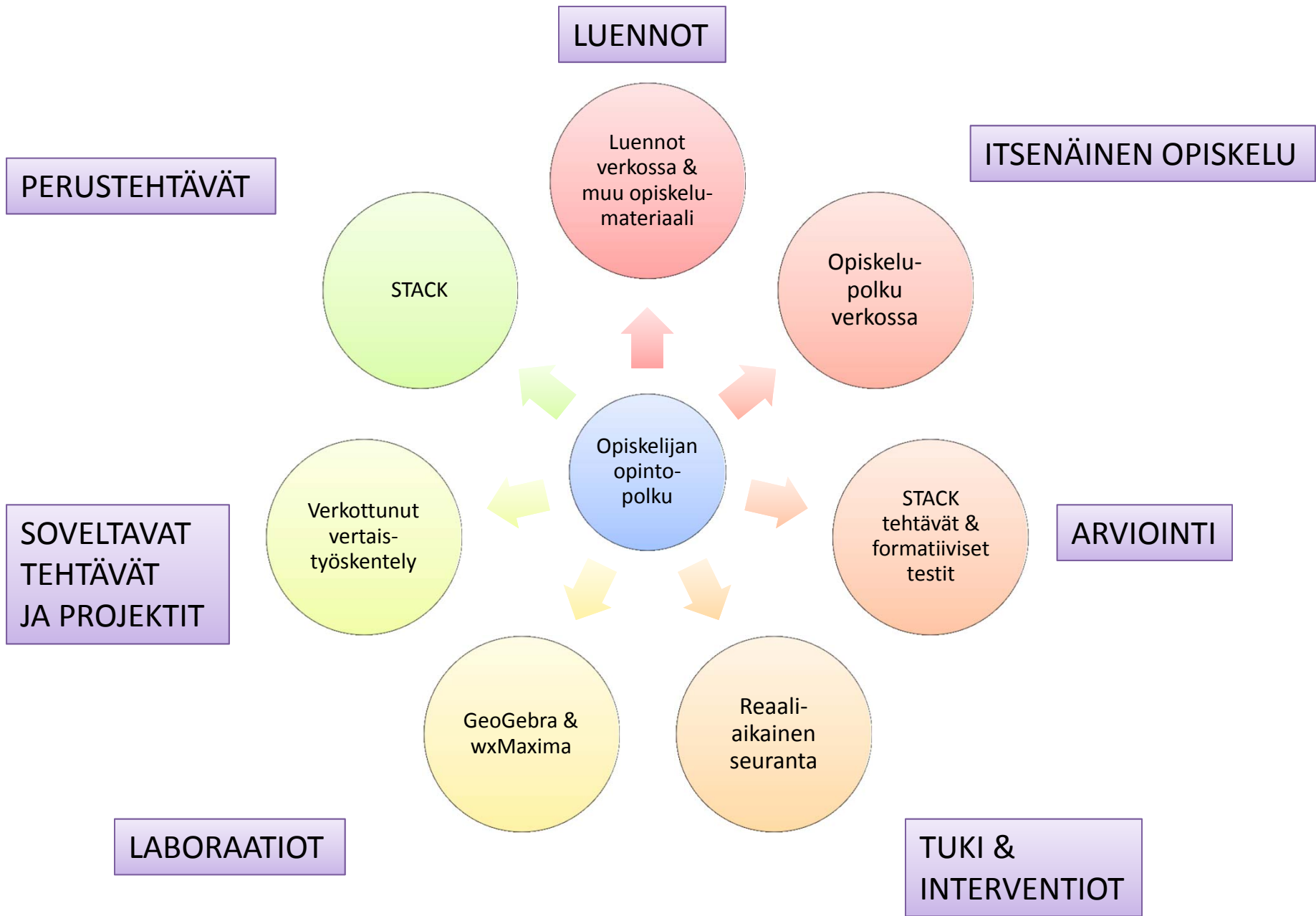
## 01020305 Prosentit (45)

Numbers, Expressions and Equations  
010106 Rounding (5)  
010202 Fractions (16)  
01020205 Proportionality (10)  
01020305 Percentages (7)  
010205 Powers and roots (14)  
030102 Algebraic manipulations (36)  
030103 Functions (8)  
030104 Polynomial equations (5)  
03010404 Other equations (5)  
03010407 Systems of equations (5)  
0501 Geometry (5)  
0504 Algebraic geometry (5)  
050901 Angles and radians (2)  
050905 Trigonometric equations (5)  
010205 Potenssit ja juuret (79)  
090401 Todennäköisyyslaskennan perusteet (61)  
050901 Kulmat ja radiaanit (12)

# Opetusteknologia ja oppimisprosessi

- Teknologia tukee ja täydentää hyvää lähiopetusta
- Opiskelija voi edetä omaan tahtiin:
  - Verkko-opetusmateriaali ja –tehtävät aina saatavilla
  - Tehtävistä välitön palaute
- Kaikki opiskeluaktiviteetit liitetty johonkin Moodlessa olevaan aktiviteettiin -> opiskelijan opiskelua voidaan seurata reaaliaikaisesti -> juuri oikea-aikainen interventio





# Yhteistyö ja verkostoituminen

- SEFI, <http://www.sefi.be/>
  - SEFI Mathematics Working Group, <http://sefi.htw-aalen.de/>
- Kansalliset ja kansainväliset verkostot
  - STACK, <http://www.stack.bham.ac.uk/>
  - GeoGebra, <http://www.geogebra.org/cms/>

Kiitos mielenkiinnosta!

Kari.Lehtonen@metropolia.fi